

Guiamento da luz 15

15.1 Guias de ondas metálicos

Neste capítulo vamos abordar, de maneira bastante breve, um dos mais importantes componentes ópticos existentes, o *guia de ondas* eletromagnéticas. Com ele, torna-se possível o confinamento da luz numa região limitada do espaço, fazendo-a propagar ao longo do dispositivo segundo caminhos pré-determinados e permitindo a possibilidade da transmissão de sinais luminosos de modo similar ao que se faz em eletrônica com fios metálicos. É o que encontramos numa fibra óptica, um guia de forma cilíndrica, feito de vidro, e que faz o papel de um fio metálico. Além do mais, torna-se possível também o processamento do sinal dos guias que conduzem a radiação, através de processos de alteração das propriedades de guiamento. A integração destes componentes a outros componentes ópticos alarga em muito o escopo das suas aplicações, dando lugar a um novo ramo da engenharia - o da *Fotônica*. Portanto faz-se necessário dispensarmos alguma atenção a estes componentes do sistema de comunicação, o guia de ondas.

Nosso objetivo inicial é entender como funciona um *guia de ondas*. Como o nome diz, um guia de ondas é um elemento capaz de confinar a luz no seu interior, levando-a a se propagar ao longo de uma dada direção, chamada de *direção longitudinal*. A Fig. 15.1 ilustra o guiamento da luz em um guia de ondas, como uma fibra óptica. Para entendermos o funcionamento de um guia de ondas, se faz necessário entender qual é o significado do processo físico chamado *guiamento* da luz, ou seja, o processo através do qual a luz entra em um guia de ondas e consegue propagar no seu interior.

O guia mais simples que poderíamos falar seria um guia plano constituído de dois espelhos dispostos de forma paralela entre si.

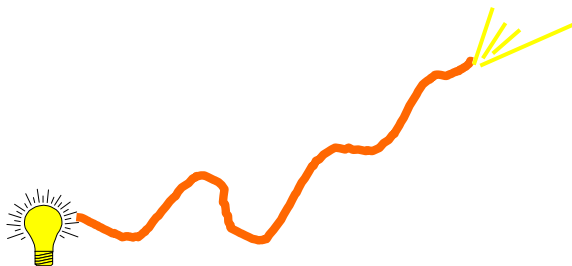


Fig. 15.1 - Guiamento de luz numa fibra óptica.

Imaginemos que neste arranjo de espelhos entre um feixe de luz, com raios paralelos, por um dos seus lados. Para facilitar a visualização a Fig. 15.2 mostra o arranjo mencionado com o raio de luz penetrando entre os espelhos por um dos seus lados, o esquerdo no caso da figura. Os raios estão contidos no plano xz . Através de múltiplas reflexões este feixe avança para a direita, podendo inclusive sair pelo lado oposto ao que entrou.

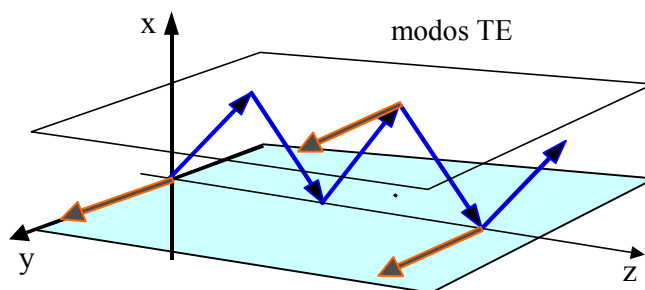


Fig. 15.2 - Representação de um guia planar feito com dois espelhos planos. Na figura vemos os raios de luz se deslocando ao longo do guia devido às reflexões em ambos os espelhos, estando o campo elétrico orientado paralelamente a estes.

O processo através do qual a luz fica aprisionada entre os dois espelhos pela reflexão é chamado de *confinamento*, e é ele que dá origem ao guiamento da luz. Porém, as múltiplas reflexões nos espelhos geram

campos que se somam, produzindo *interferência* entre as ondas que estão sendo confinadas pelo guia. Vejamos como isto afeta a performance do *guia de ondas*. Para tanto, vamos usar a Fig. 15.3, que mostra um dos raios de luz com o seu *vetor de onda*, composto de duas componentes k_z e k_x . Na reflexão, a componente k_x troca de sinal enquanto que a componente k_z permanece inalterada. Num dado ponto P dois raios de luz se cruzam: um raio refletido no espelho superior e outro vindo de uma reflexão no espelho inferior. Estes campos se superpõem e, portanto, dão lugar ao fenômeno da *interferência*. Como sabemos, podemos ter na interferência dos dois campos duas situações extremas: a construtiva e a destrutiva. Nesta última os campos se anulam e somem. Isto nos indica que precisamos entender como a interferência afeta o guiamento de luz em um guia.

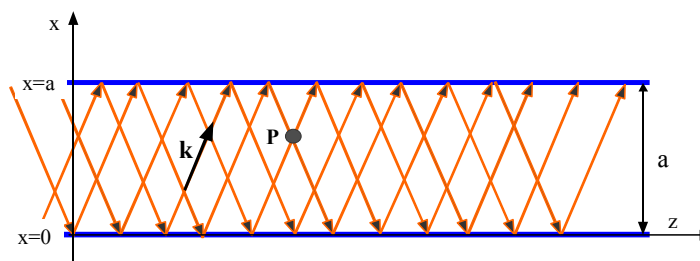


Fig. 15.3 - Diagrama de raios de luz penetrando e propagando em um guia metálico planar de espessura a .

Tomando o campo elétrico do tipo harmônico, o princípio da superposição dá origem a um campo total:

$$E_r = E + E' = E_1 \text{sen}(k_x x + k_z z - \omega t) + E_2 \text{sen}(-k_x x + k_z z - \omega t) \quad (15.1)$$

onde os campos que estão se somando possuem vetores de propagação (k_z, k_x) para a onda que está subindo em x e $(k_z, -k_x)$ para a onda que está *descendo*.

Consideremos que a luz é totalmente refletida pelos espelhos metálicos. Num metal, a radiação evanesce numa profundidade δ a partir da superfície, cujo valor para frequências ópticas é muito pequeno. Temos então que o campo total deve ser nulo em $x = 0$ e $x = a$. Usando estas condições de contorno para o campo dado na eq. (15.1) e a expressão

trigonométrica: $\sin \alpha - \sin \phi = 2 \sin (\alpha - \phi)/2 \cos (\alpha + \phi)/2$, obtemos que o campo sendo guiado é dado por:

$$E_r = -(2E_0 \sin k_x x) [\cos(k_z z - \omega t)] \quad (15.2)$$

onde k_x deve satisfazer a condição:

$$k_x = \frac{m\pi}{a} \quad \text{para } m = 1, 2, 3, \dots \quad (15.3)$$

O resultado obtido mostra que devido às reflexões e interferências temos duas ondas: uma propagando-se ao longo de z e descrita por $\cos(\omega t - \beta z)$ e outra *estacionária* ($\sin k_x x$), na direção perpendicular aos espelhos. Como vemos, enquanto k_z não tem, aparentemente, nenhuma restrição, os valores permitidos de k_x são discretos por conta da limitação espacial determinada pelos espelhos e pela necessidade de interferência construtiva. Cada um desses valores de k_x , oriundo de um valor de m , corresponde a um *modo transversal* do guia (modo de vibração). A partir deste ponto usaremos a designação $k_z = \beta$ que é a *constante de propagação* do modo.

Usando as eqs. (15.2) e (15.3) podemos esquematizar, como mostrado na Fig. 15.4, a distribuição espacial da intensidade de campo elétrico entre os espelhos que formam o guia metálico e a correspondente distribuição espacial da intensidade de luz, numa visão de frente para a saída do guia. Como se vê, os dois modos possuem diferenças nas suas distribuições espaciais dentro do guia.

Continuando a análise dos modos de propagação, usamos a relação $k^2 = k_z^2 + k_x^2$ e a eq. (15.3) para escrever:

$$\beta = \sqrt{k^2 - \frac{m^2 \pi^2}{a^2}} = \frac{n\omega}{c} \sqrt{1 - \left(\frac{m c \pi}{n a \omega}\right)^2} \quad (15.4)$$

A eq. (15.4) é muito importante por determinar a *relação de dispersão* do guia, ou seja a relação $\beta(\omega)$ entre a constante de propagação do modo e a frequência da onda. Ela pode ser escrita na forma $\beta_m = n_m k_0$, sendo n_m dado por:

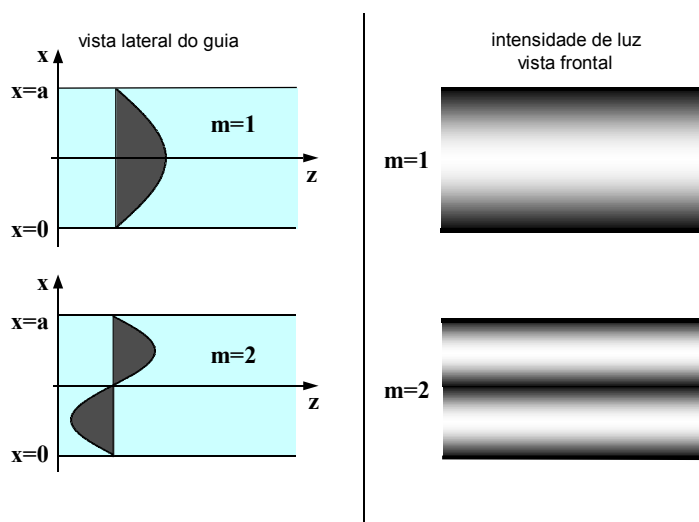


Fig. 15.4 - A figura da esquerda mostra a distribuição de campo dos dois primeiros modos de propagação de um guia metálico planar. À direita está intensidade de luz dos mesmos modos numa vista frontal do guia.

$$n_m = \left[n \sqrt{1 - \left(\frac{m\lambda}{2na} \right)^2} \right] \quad (15.5)$$

e designado como o *índice de refração efetivo* do modo m . A onda propagante no guia tem uma velocidade de fase v_f dada por:

$$v_f = \frac{\omega}{\beta} = \left(\frac{k}{\beta} \right) v = \frac{c}{n_m} \quad (15.6)$$

Como $k > \beta$, pois β é uma componente de k , temos que $v_f > v$. Consequentemente, a velocidade de fase de uma onda guiada é maior do que a de fase $v = \omega/k$, com a qual ela se propagaria, sem confinamento, em um meio igual ao que constitui o núcleo do guia. Caso o meio entre os espelhos do guia seja o vácuo, teremos $n = 1$ e $n_m < 1$ para qualquer valor de m . Nestas condições $v_f > c$, o que pode parecer um problema uma vez que nenhuma velocidade poderia superar a da luz no vácuo. Entretanto,

não ocorre nenhum problema com os princípios físicos uma vez que a velocidade de fase *não tem significado físico!*

Outra velocidade importante, de fato a mais importante do ponto de vista prático, é a *velocidade de grupo* que fornece a velocidade com que um modo se propaga no guia. Usando-se a definição dada na eq. (4.11), obtemos:

$$v_g = \frac{d\omega}{d\beta} = \left(\frac{\beta}{\omega}\right)v^2 = \frac{\beta}{k}v \quad (15.7)$$

e vemos nela a necessidade da relação de dispersão do guia. Como obrigatoriamente temos $\beta < k$, é inevitável que $v_g < v$. Com a eq. (15.5) podemos mostrar que:

$$v_g = \frac{d\omega}{d\beta} = \frac{c}{N_m} \quad (15.8)$$

onde

$$N_m = n_m \left[1 - \frac{\lambda}{n_m} \frac{\partial n_m}{\partial \lambda} \right] \quad (15.9)$$

sendo N_m é chamado de *índice de grupo* do modo m .

Sabemos que se uma onda propaga em um meio material ela sofre um retardo por conta da interação da luz com o meio, tal que a velocidade de propagação depende do índice de refração. Com o resultado obtido na eq. (15.8) podemos dizer que cada modo do guia *enxerga* um índice de refração próprio. Ou seja, os modos que propagam num guia estão sujeitos a um efeito de atraso, pois têm velocidade menor do que a da luz no vácuo. Este efeito chamado de *dispersão* é causado pelo próprio guia, independentemente da existência de material no seu interior.

Usando-se a eq. (15.5) podemos calcular o número de modos M que podem propagar no guia metálico planar. Obviamente, este número dependerá dos parâmetros do guia, bem como da radiação. Já que n_m deve ser positivo, o termo $(m\lambda_0/2na)$ precisa ser menor do que um. Assim sendo, dados os valores do comprimento de onda, índice de refração do meio e tamanho do guia, o maior valor de M é aquele que satisfaz $(M\lambda_0/2na) = 1$, ou seja, $M = 2na/\lambda_0$. Como o valor de M pode não ser inteiro, o número de modos é dado pela parte inteira de M .

Se queremos que o guia seja monomodo, precisamos que $(\lambda_0/2na) = 1$, fazendo com que $M = 1$ seja o maior valor permitido de m . Como $\lambda_0/n = \lambda$ é o comprimento de onda no meio que constitui o guia, vemos que o guia será monomodo quando o tamanho do guia for a metade do comprimento de onda da luz que está propagando nele. Um resultado importante que obtemos aqui é quanto à definição de guia monomodo ($M = 1$) ou multimodo ($M \geq 2$). Primeiro, devemos salientar que ele é chamado de multimodo se houver pelo menos dois modos propagantes. Uma segunda coisa a se considerar é que não há um guia monomodo ou multimodo por construção. O comportamento monomodo ou multimodo do guia dependerá do comprimento de onda com o qual ele está sendo operado, porque importa não apenas o valor de a mas a relação λ/a . Assim, um guia monomodo para um dado comprimento de onda poderá vir a ser multimodo caso se mude o comprimento de onda.

Fica claro, observando-se a eq. (15.9), que diminuindo-se o valor de a , aumenta-se o valor de $\lambda_0/2na$, o que reduz o maior valor possível de m . Logo, dado um comprimento de onda, a redução do tamanho do guia é o caminho para que o guia venha a ser monomodo. No caso deste guia metálico, para um dado comprimento de onda, a redução do tamanho do guia pode provocar a não existência de nenhum modo no guia.

Outra propriedade importante é obtida examinando-se o fato de β ser sempre um número real. Deste modo, a onda no guia será do tipo propagante. Assim, através da eq. (15.5), modos propagantes existem caso seja satisfeita a condição:

$$\frac{m\pi}{na\omega} = \frac{m\pi}{a} \frac{v}{\omega} \leq 1 \quad (15.10)$$

Logo, se a onda é propagante, sempre deverá ser satisfeita a condição:

$$\omega \geq \frac{m\pi v}{a} \quad \text{ou} \quad v \geq \frac{m\pi}{2a} \quad \text{ou} \quad \lambda \leq \frac{2a}{m} \frac{c}{v} = \frac{2a}{mn} \quad (15.11)$$

onde $n = c/v$ é o índice de refração do meio. Portanto, apenas as frequências satisfazendo a eq. (15.11) podem propagar no guia metálico planar em estudo. Cada modo possível terá uma frequência igual a $v_c = mv/2a$, abaixo da qual a propagação é impossível. Tal valor de v_c é chamado de *frequência de corte* do modo. Logo, guias de ondas atuam como filtros de frequências (ou de comprimentos de onda).

Após a discussão da dispersão de um guia, podemos passar à discussão do *tempo de atraso* referente aos modos. Tempo de atraso é o tempo gasto por um pacote de onda eletromagnética para percorrer uma dada distância L . Um modo pode ser considerado como um pacote de onda, possuindo pois uma velocidade de grupo. Dessa maneira, para que um modo percorra uma distância L , o tempo consumido será dado por:

$$\tau_m = \frac{L}{v_{gm}} = \frac{LN_m}{c} \quad (15.12)$$

e com o uso da eq. (15.9), temos:

$$\tau_m = \frac{Ln_m}{c} \left[1 - \frac{\lambda}{n_m} \frac{\partial n_m}{\partial \lambda} \right] \quad (15.13)$$

Vemos na eq. (15.13) que os tempos de atraso variam para cada modo, já que dependem do número m que quantifica os modos. Desta forma, caso se esteja usando um guia multimodo para a transmissão de pulsos de luz, como o pulso será transportado pelos diferentes modos do guia, conquanto partam ao mesmo tempo, à medida que propagam vão se separando no espaço, logo também no tempo. Este efeito de atraso se rotula como *dispersão modal*, que é diferente da dispersão cromática. De fato, as duas se somam se o guia metálico contiver algum material entre os espelhos. O tempo de atraso por unidade de comprimento, expresso em unidades de ps/km, é dado simplesmente por $T_m = \tau_m/L$. A Fig. 15.5 ilustra o alargamento de um pulso óptico que é transmitido em um guia multimodo, causado pela diferença de propagação dos modos.

Antes de passarmos para a próxima seção, devemos dizer que é possível analisar-se o guia formado por espelhos planos paralelos através da solução da equação de ondas e das condições de contorno que estabelecem que o campo deve ser nulo em $x = 0$ e $x = a$. Para isto utiliza-se uma técnica matemática chamada de método da separação das variáveis. Esta análise produz resultados similares aos que já obtivemos e, portanto não será desenvolvida aqui.

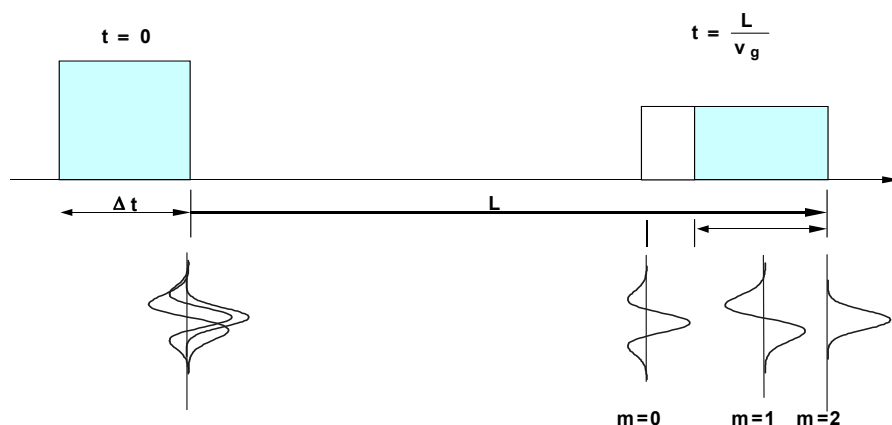


Fig. 15.5 - Ilustração do alargamento de um pulso óptico devido à diferença de velocidade de propagação dos diferentes modos envolvidos na transmissão do pulso. A área clara no pulso no tempo $t=L/v_g$ mostra o tamanho do alargamento sofrido por ele.

15.2 Guias de ondas dielétricos

No caso de um guia formado por espelhos, é fácil entendermos (ou aceitarmos) o fenômeno do confinamento da radiação entre as paredes do guia. Afinal, elas são dois espelhos e, refletindo a radiação, provocam o confinamento. No caso atual pode não parecer tão fácil se entender como a radiação é confinada. Afinal, não há mais os espelhos do guia metálico. Entretanto, a capacidade dos espelhos refletirem a radiação, com a qual compreendemos o fenômeno do confinamento da radiação, permanece para o caso do guia dielétrico. Para isso, lembremos que neste guia há duas interfaces de separação entre meios de índices de refração diferentes, conforme mostra a Fig. 15.6, podendo ocorrer reflexão entre elas. Esta depende do ângulo de incidência da radiação e dos valores dos índices de refração dos meios envolvidos. Em geral, a refletividade é parcial, indicando que uma porção de energia sai do guia, perdendo-se espaço afora. No entanto, caso a luz incida de um meio de índice de refração maior (n_n) para outro de menor valor (n_c), e com um ângulo de incidência igual ou maior do que o ângulo crítico θ_c visto no Cap. 5, ela

será totalmente refletida. O ângulo crítico, como vimos, é dado por $\theta_c = \text{sen}^{-1}(n_c/n_n)$, onde n_c é o índice da casca e n_n é o índice do núcleo.

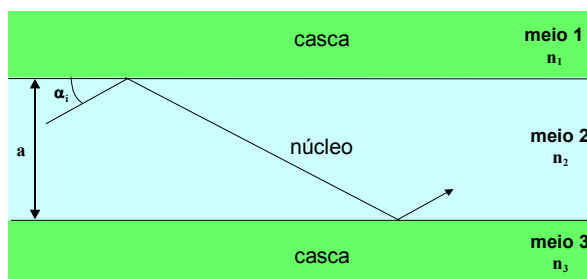


Fig. 15.6 - Guia de onda dielétrico constituído de duas regiões básicas, núcleo e casca. Na figura está indicado um raio de luz sofrendo reflexão total.

Desta maneira, mesmo não sendo um espelho metálico, é possível haver a reflexão total da radiação na interface entre os dois meios dielétricos. Com tal reflexão, o confinamento da radiação eletromagnética em um guia construído com materiais dielétricos, é perfeitamente possível. Mas só a reflexão total não garante a existência de um modo propagante no guia, também se exige um processo adequado de interferência construtiva da radiação em constante reflexão total dentro dele, como ocorre em um guia metálico planar.

Para entendermos em que condições a luz pode propagar em um guia dielétrico planar simétrico, vamos refazer o tratamento do caso de um guia formado por espelhos. Tomemos a Fig. 15.7, na qual está ilustrado um guia dielétrico simétrico. O índice de refração da lâmina central (núcleo do guia) é n_n e a das adjacentes (camadas confinadas) tem o mesmo valor de índice de refração n_c .

Consideremos um raio luminoso, designado por I , incidindo com um ângulo de incidência α_i em relação à superfície. Seja α_i tal que o seu complementar θ_i para os meios n_n e n_c , seja maior do que o ângulo crítico θ_c . Tomemos também um segundo raio designado por II , paralelo ao raio I , e com mesmo ângulo de incidência α . Como está visível na Fig. 15.7, quando o raio I , atingir a interface em $y = a$, o segundo raio (II) ainda se encontra a uma distância \overline{CB} da interface. Quando este raio atingir a

interface supra mencionada, o raio *I* já terá atingido a outra interface no ponto *E*. No ponto *A*, local da primeira reflexão do raio *I*, ele e o raio *II* estavam sobre uma mesma frente de fase, fato que volta a se repetir quando o primeiro raio se encontra no ponto *E*, após a segunda reflexão.

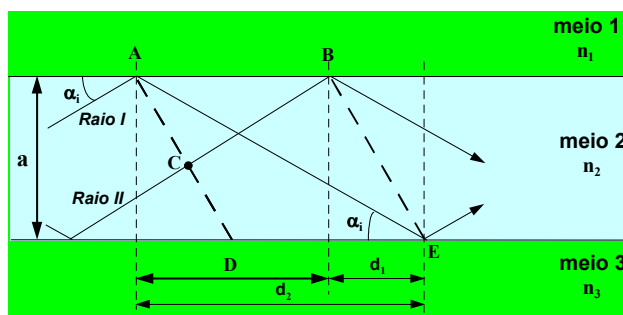


Fig. 15.7 - Ilustração da propagação de dois raios de luz em um guia dielétrico laminar.

É possível calcular a condição a ser satisfeita pelos dois raios para que eles pertençam à mesma frente de onda é. Estes cálculos, que fogem ao escopo do presente texto, nos levam a:

$$\phi = m\pi - n_n k_o a \text{sen } \alpha_i \tag{15.14}$$

onde ϕ é a fase que ocorre na reflexão total interna pelo fato do coeficiente de reflexão ser um número complexo. Esta fase depende da polarização do campo incidente e assim haverá dois possíveis valores para esta grandeza, a saber:

modos TE
$$\phi_{TE} = -2\text{tg}^{-1} \left[\sqrt{\frac{(\beta^2 - n_c^2 k_o^2)}{(n_n^2 k_o^2 - \beta^2)}} \right] \tag{15.15}$$

modos TM
$$\phi_{TM} = -2\text{tg}^{-1} \left[\frac{n_c^2}{n_n^2} \sqrt{\frac{(\beta^2 - n_c^2 k_o^2)}{(n_n^2 k_o^2 - \beta^2)}} \right] \tag{15.16}$$

onde $\beta = n_n k_o \text{cos} \alpha_i$. Façamos as seguintes definições:

$$q = \sqrt{(n_n^2 k_o^2 - \beta^2)} = n_n k_o \text{sen} \alpha_i \tag{15.17}$$

$$p = \sqrt{(\beta^2 - n_c^2 k_0^2)} = \sqrt{[(n_n^2 - n_c^2)k_0^2 - q^2]} \quad (15.18)$$

que nos levam a:

$$p^2 + q^2 = [(n_n^2 - n_c^2)k_0^2 - q^2] \quad (15.19)$$

e conseqüentemente,

$$\phi_{TE} = -2\text{tg}^{-1} \left[\frac{p}{q} \right] \quad (15.20)$$

$$\phi_{TM} = -2\text{tg}^{-1} \left[\frac{n_c^2 p}{n_n^2 q} \right] \quad (15.21)$$

Usando estas duas equações na eq. (15.14) obtemos as condições que determinam a propagação de um modo do guia dielétrico para as configurações TE e TM. Elas serão:

$$(TE) \quad \text{tg}(qa - m\pi) = \text{tg}(qa) = \frac{p}{q} \quad (15.22)$$

$$(TM) \quad \text{tg}(qa - m\pi) = \text{tg}(qa) = \frac{n_c^2}{n_n^2} \left(\frac{p}{q} \right) \quad (15.23)$$

Quando m é par ($m = 0, 2, 4, \dots$), $\text{tg}(qa - m\pi) = \text{tg}(qa)$, enquanto que quando m é ímpar ($m = 1, 3, 5, \dots$) teremos $\text{tg}(qa - m\pi) = -\text{ctg}(qa)$. Desta forma, tanto os modos do tipo TE quanto TM possuem dois sub-conjuntos de modos, normalmente designados por *modos pares* para o caso de valores pares de m e *modos ímpares* para o outro caso.

As equações (15.22) e (15.23) são chamadas de *equações transcendentais*, uma vez que não há forma direta de resolvê-las a não ser por meios numéricos. Para resolvê-las, se expressa p em função de q , usando-se a eq. (15.18), fazendo a equação ter apenas uma variável, no caso, q . Resolvendo-as se obtém quais os possíveis valores de q são permitidos para o guia. Cada um destes valores corresponde a um modo guiado. De posse dos valores de q se pode calcular os outros parâmetros

modais p e β . A Tabela I apresenta as equações transcendentais dos modos pares e ímpares referentes às configurações TE e TM.

Tabela I – Equações transcendentais dos modos pares e ímpares nas configurações TE e TM.

	PAR	ÍMPAR
TE	$\text{tg}(qa) = \frac{p}{q}$	$-\text{ctg}(qa) = \frac{p}{q}$
TM	$\text{tg}(qa) = \frac{n_c^2}{n_n^2} \left(\frac{p}{q} \right)$	$-\text{ctg}(qa) = \frac{n_c^2}{n_n^2} \left(\frac{p}{q} \right)$

Assim como no caso dos espelhos planos paralelos, é possível analisar-se o guia através da solução da equação de ondas pelo método da separação das variáveis. As condições de contorno agora são que o campo elétrico e suas derivadas devem ser contínuos nas interfaces. Esta análise, que não será desenvolvida aqui, apresenta soluções pares e ímpares tal que:

$$\text{(pares)} \quad \text{tg}(qa) = \frac{p}{q} = \frac{\sqrt{(n_n^2 + n_c^2)k_o^2 a^2 - q^2 a^2}}{qa} \quad (15.24)$$

$$\text{(ímpares)} \quad \text{ctg}(qa) = -\frac{p}{q} = -\frac{\sqrt{(n_n^2 + n_c^2)k_o^2 a^2 - q^2 a^2}}{qa} \quad (15.23)$$

Para finalizarmos esta seção devemos lembrar que, como vimos no Cap. 5, parte da luz está fora do núcleo, ou seja, há penetração de luz na casca, ao longo do guia. Na Fig. 15.8 estão apresentadas as distribuições de campos dos modos $m = 0$ e $m = 1$, e como as intensidades de luz correspondentes numa secção transversal do guia (visão frontal), por exemplo na saída do guia. Podemos, mais uma vez perceber que um modo guiado é uma estrutura de campo eletromagnético que não se encontra apenas dentro do núcleo do guia, mas também fora dele (na casca). A penetração de luz na casca, além da sua interface com o núcleo, é chamada *de tunelamento fotônico* e tem um comportamento evanescente, quantificado pelo decaimento exponencial da intensidade de campo na casca do guia.

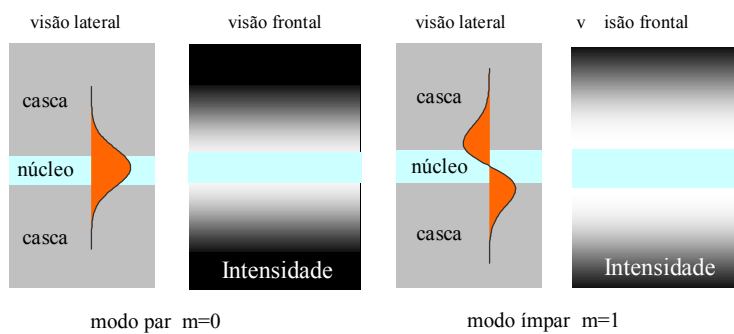


Fig. 15.8 – Distribuição de campo na direção transversal e intensidade de luz na saída do guia para os modos par ($m=0$) e ímpar ($m=1$).

Bibliografia

- 15.1. F. D. Nunes, *Fibras e Dispositivos para Comunicação Ópticas*, Editora Renovarum Ltda, São Paulo, 2001.

Problemas